

# Erkenntnisse

## aus der statischen Analyse der Bogenstaumauer Karakaya in der Türkei

### 1. Einführung

Diese Arbeit zeigt Wege auf, wie die optimale Gestalt einer Bogenstaumauer mit verhältnismäßig geringem zeitlichen Aufwand gefunden werden kann.

Die Bogenstaumauer liegt am Firat (Euphrat) in der Türkei. Sie weist bei einem Volumen von 2.0 Millionen m<sup>3</sup> eine Höhe von 173 m auf.

Es werden die Ergebnisse verglichen, die mit der Theorie der Dünnen Schalen (Differenzmethode des Final Design), mit Modellversuch und dem Finite Elementprogramm FLASH2 gewonnen wurden.

Es werden hier aber, der Kürze wegen, nur die Lastfälle Eigengewicht und hydrostatischer Wasserdruck behandelt. Die Fälle Auftrieb, Temperatur, Erdbeben, Schwinden und Kriechen könnten auch berücksichtigt werden.

Das Programm wurde später mit folgenden Optionen erweitert:

- automatische Eingaben der Geometrie und der Belastungen;
- Plotmöglichkeiten für die Darstellung der radialen und tangentialen Verformungen auf der abgewinkelten Schwerflächse;
- Linien gleicher Betonqualitäten in Funktion eines linear elastischen Bruchkriteriums und der Streuungen der Betonqualitäten auf der Baustelle und
- Berücksichtigung des Erdbebens nach Westergaard.

Das Programm wurde mit Hilfe der langjährigen Kontrollmessungen mehrerer älterer sehr großer Bogenstaumauern geeicht.

Zum Programmsystem gehört auch das Programm POST, welches den Nachkühlvorgang des frisch eingebrachten Staumauerbetons beschreibt. Es sagt die Temperaturen an allen Orten des Betons, die saisonalen Auslauftemperaturen in den Kühlrohren sowie die Eigenspannungen in allen Punkten des Betons voraus. Dieses thermodynamische Programm wurde mit Hilfe der langjährigen Beobachtungen an einer großen Gewichtsstaumauer in der Schweiz geeicht. Dieses Finite Differenzenprogramm kann beliebige Randbedingungen erfüllen. Mit Hilfe dieses Programmes kann erkannt werden, dass durch die künstliche Nachkühlung (Postcooling) eine günstige horizontale Druckvorspannung des Dammkörpers von rund 15 kp/cm<sup>2</sup> erreicht wird. Bei dieser Art von Kühlung steigen die saisonalen mittleren Betontemperaturen in der Mittelfläche des Dammes im Lauf der Zeit bis zum langjährigen Jahresmittel der umgebenden Lufttemperatur an. Im Gegensatz dazu sinken bei der natürlichen Abkühlung die jahreszeitlichen mittleren Betontemperaturen in der Mittelfläche der Staumauer nach langer Zeit bis zum langjährigen Jahresmittel der umgebenden Lufttemperatur ab. Da bei der natürlichen Kühlung die Staumauer sich zusammenziehen wird, besteht die Gefahr, dass sich die Fugen zwischen gewissen Betonierabschnitten (Monolithen) teilweise öffnen könnten.

## 2. Berechnungsmethode und Theorie

Die Berechnungen wurden mit der Hilfe eines Computerprogrammes ausgeführt, welches durch die Weiterentwicklung des Programmes FLASH 2 gewonnen wurde. Das Programm wurde zur Nachrechnung verschiedener bestehenden sehr großen Bogenstaumauern benutzt. Die Ergebnisse stimmen mit den Beobachtungen an diesen Bauwerken sehr gut überein. Für die statischen Nachweise wurde die Finite Elementmethode benutzt, welche wie folgt definiert werden kann:

Eine Näherungsmethode für Kontinuumsprobleme wie folgt:

- Das Kontinuum wird in eine endliche Anzahl von Teilen (Elemente) aufgeteilt, deren Verhalten durch eine bestimmte Zahl von Parametern beschrieben wird, und
- die Lösung des Gesamtsystems, als eine Ansammlung von Elementen, folgt genau den Regeln, die bei anderen Standarddiskretisationsproblemen angewendet werden.

Die Finite Elementmethode nimmt an, dass das mechanische Verhalten einer kontinuierlich gekrümmten Schale adäquat durch den Oberflächenteilbereich eines Polyeders nachgeahmt werden kann, welcher mit kleinen dreieckigen Facetten aufgebaut wird. Intuitiv scheint es, dass eine stetige Verfeinerung der Unterteilung zur Konvergenz führen muß. In der Tat, Experimente bestätigen dies. Diese Konvergenz wurde auch mathematisch bewiesen („Arch Dams analyzed by a linear finite element shell solution program“; O. C. Zienkiewicz and others). Im Gegensatz zur internationalen Praxis im Betondammbau verwendet dieses Programm für Druckspannungen negatives und für Zugspannungen positives Vorzeichen.

### 2.1 Der Dammkörper

Um die doppelt gekrümmte Gestalt des Dammes von Karakaya als eine Ansammlung von flachen Elementen zu behandeln, wurde sie so in 521 dreiecksförmigen finite Elemente unterteilt, dass die Winkel zwischen den benachbarten Elementen weniger als 5 Grad betragen (10 Grade werden allgemein als vertretbar betrachtet). Um die Scherdeformationen in dicken Schalen (wie Karakaya) zu berücksichtigen, wurden hybride Elemente benutzt, welche wie folgt beschrieben werden können:

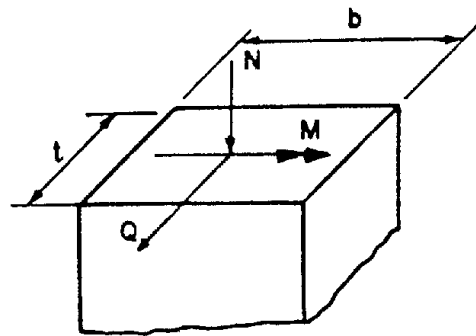
- Zwei Funktionen werden für jedes Element formuliert, die Eine für die inneren Spannungen und die Andere für die Randverschiebungen der Elemente.
- Die Annahmen für die inneren Spannungen befriedigen die homogenen Differentialgleichungen des Gleichgewichtes; aber dies führt zu Diskontinuitäten entlang den Elementrändern (Die Ergebnisse werden an den Knoten ausgemittelt).
- Die Funktionen für die Elementrandverschiebungen wurden so gewählt, dass die kinematische Kompatibilität entlang den Elementrändern gewährleistet werden.
- Die Steifigkeits-, Spannungs- und Belastungsmatrizen wurden bei Anwendung des erweiterten Prinzips der komplementären Energie so gebildet, dass das hybride Spannungsmodell zur Matrixdeformationsmethode führt.
- Alle Elementintegrationen wurden numerisch ausgeführt. Dies erlaubt die Verwendung von willkürlich geformten dreieckigen Elementen.

Die Ergebnisse liegen zwischen der Lösung eines kompatiblen Deformationsmodells mit äquivalenten Kantenverschiebungen, welches sich stets zu steif verhält, und der Lösung eines reinen Gleichgewichtsmodelles mit denselben Spannungsansätzen, welches sich immer zu weich verhält. Somit führt auch ein grobes Elementnetz zu einem genauen Resultat.

## 2.2 Randbedingungen

Die Fundation wird als elastisch angenommen und durch eine Randausdehnung simuliert (siehe Bild 3). Die Eigenschaften der Elemente innerhalb dieser Erweiterung (Fundationselemente oder Vogtelemente genannt) werden wie folgt bestimmt:

Auf der Grundlage der Formel von Boussinesq für den elastischen Halbraum berechnete Vogt die Verschiebungen bezogen auf eine Normalkraft  $N$ , eine Scherkraft  $Q$  und ein Moment  $M$  verteilt über eine Fläche  $b \times t$  der ebenen Oberfläche des Halbraumes (Fig. 1).

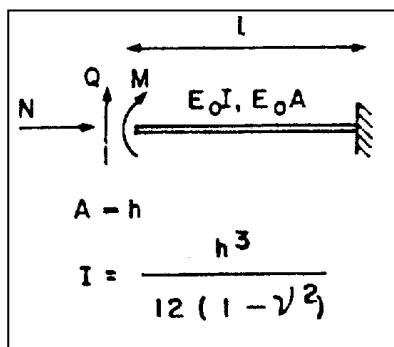


**Fig. 1** Resultierende der Spannungen in der Fläche  $b \times t$  auf dem elastischen Halbraum

Nach einer kleinen Änderung der Notationen in den Beziehungen von Vogt zwischen den Schnittkräften ( $N, Q, M$ ) und den mittleren Verschiebungen ( $v_N, v_Q, v_M$ ) kann geschrieben werden:

$$\begin{bmatrix} v_N \\ v_Q \\ v_M \end{bmatrix} = \frac{1-\nu^2}{E_F} \cdot \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & \frac{1-2\nu}{1-\nu} \cdot \frac{1}{t} \\ 0 & \frac{1-2\nu}{1-\nu} \cdot \frac{1}{t} & \frac{18}{\pi^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} N \\ Q \\ M \end{bmatrix} \quad (1)$$

Darin bedeuten  $E_F$  der Elastizitätsmodul der Fundation,  $\nu$  die Poisson'sche Zahl und  $k$  ist ein Koeffizient der mit dem Verhältnis  $b/t$  (aktuelle Werte von  $k$  werden zwischen 2.25 und 3.00 gefunden) variiert.



**Fig. 2** Kragplatte, die von den Schnittkräften beansprucht wird.

Bezogen auf die Kragplatte in Fig. 2, die durch die drei Schnittkräfte  $N, Q$  und  $M$  beansprucht wird, kann die Flexibilitätsmatrix, die der Matrix (1) entspricht, wie folgt geschrieben werden:

$$\begin{bmatrix} v_N \\ v_Q \\ v_M \end{bmatrix} = \frac{1-\nu^2}{E_0} \cdot \frac{l}{h} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4l^2}{h^2} & \frac{6l}{h^2} \\ 0 & \frac{6l}{h^2} & \frac{12}{h^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} N \\ Q \\ M \end{bmatrix} \quad (2)$$

Darin bedeuten  $E_0$  der Elastizitätsmodul der Kragplatte. Um der Matrix (1) bestmöglich zu entsprechen, sind in Matrix (2) die drei Justiervariablen  $E_0, l$  und  $h$  vorhanden. Die Komponente  $v_Q$ , bezogen auf  $Q$ , kann allgemein vernachlässigt werden, was schon Vogt hervorgehoben hatte.

Tatsächlich ist diese Komponente in allen auf die Praxis bezogenen Fällen viel kleiner als diejenige für  $M$ . Somit kann die Anpassung des zentralen Matrix-Elementes vernachlässigt werden. Die drei Größen können verwendet werden, um die drei verbleibenden Matrixelemente zu berichtigen.

Für  $\nu = 0$  und  $k = 2.5$  liefert diese Korrektur:

- $h = 2.300 \text{ t}$  (=115 m für Karakaya unter 600 m ü. d. M.)
- $l = 0.350 \text{ t}$  (=17.5 m für Karakaya unter 600 m ü. d. M.)
- $E_0 = 0.061 E_F$  (=10.98 kp/cm<sup>2</sup> für Karakaya)

Es besteht eine gute Übereinstimmung zwischen den mit dieser Methode berechneten Verschiebungen und den Meßwerten bei existierenden Dämmen.

### 3. Annahmen in Bezug auf die Materialeigenschaften

In Übereinstimmung mit dem Final Design und dem Modelltest wurden in der dargestellten Berechnung folgende Materialeigenschaften vorausgesetzt:

- E-Beton = 350'000 kp/cm<sup>2</sup>
- $\nu$ -Beton = 0.18
- E-Fundation = 180'000 kp/cm<sup>2</sup>
- $\nu$ -Fundation = 0.0 (wie bei den Vogtelementen angenommen wird)
- Dichte des Betons = 2450 kg/m<sup>3</sup>

### 4. Die Geometrie des Dammes

Das Netz der Elementmasche wurde so erzeugt, dass ihre Knoten auf die Schwerfläche des Dammes zu liegen kommen (Bild 1 & 2).

Die Dicke jedes Elementes entspricht der örtlichen Dammstärke in seinem Schwerpunkt. Die Begrenzung zwischen dem Dammkörper und dem umgebenden Felsen wurde unter Benutzung der endgültigen Aushubzeichnungen bestimmt.

Bild 3 zeigt eine achsiale Projektion des Finite Elementnetzes von der Wasserseite her. Bedingt durch diese Projektionsart - und weil die Dicke des Dammes nicht konstant ist - erscheinen die vertikalen Konstruktionsfugen oberhalb 600 m ü. d. M. nicht vertikal; die Monolithe in der Nähe der Widerlager sehen somit schmaler aus als jene im Zentrum des Dammes. Die Darstellung in Bild 4 klärt diese Ungewohntheit besser auf.

### 5. Annahmen für die Belastungen des Dammes

#### 5.1 Eigengewicht

Die Volumen der Elemente werden automatisch vom Programm berechnet. Jedes Element wird im Schwerpunkt mit seinem Eigengewicht in der negativen Richtung der globalen Koordinate  $Z$  belastet (Bild 1).

Für den Lastfall Eigengewicht werden die Bewegungen zwischen den benachbarten Monolithen nicht behindert. Die Modellvorstellungen entsprechen somit genau der Wirklichkeit; die Fugen zwischen den Monolithen werden erst injiziert, nachdem die Eigengewichte voll zur Wirkung kommen.

## 5.2 Hydrostatische Beanspruchung

Die hydrostatische Last wird auf das einzelne Element als gleichförmig verteilt wirkend angenommen. Diese Belastung ist gleich dem Produkt aus

- dem hydrostatischen Druck im Elementschwerpunkt für eine Wasserspiegellage auf 693 m ü. d. M. und
- der Projektionsfläche des Elementes auf die wasserseitige Oberfläche der Stau-  
mauer ( infolge der Krümmungen des Dammes ist die Fläche, auf welche die  
Wasserlast wirkt, größer als diejenige der Elementmasche).

Bedingt durch die Neigungen der Mittelfläche zwischen den Höhen 610.37 und 678.69 m ü. d. M. (Bild 2) wurden die resultierenden hydrostatischen Kräfte in zwei Vektoren aufgeteilt; einer parallel und der andere normal zur betreffenden Elementfläche.

## 6. Ergebnisse

### 6.1 Spannungen

Die Symbole in Bild 5 und 6 zeigen Richtung und Größe der Hauptspannungen auf der Wasser- respektive auf der Luftseite für die Belastungskombination Eigengewicht und hydrostatischer Wasserdruck. Diese Beanspruchungen liegen generell unter  $45 \text{ kp/cm}^2$  im Druckbereich und unterhalb  $20 \text{ kp/cm}^2$  in den Zugzonen. Dies gilt nicht für die Ecken des Hochwasserüberfalles, wo infolge den Kerbwirkungen nach Neuber begrenzte Zonen von Spannungskonzentrationen entstehen. Dort können die maximalen rechnerischen Druckspannungen den theoretischen Wert von  $75 \text{ kp/cm}^2$  erreichen.

Da die Hochwasserentlastung in die Stauwand eingefügt wurde, weisen die Dammprofile eine außergewöhnliche Form auf. Statisch gesprochen weist das Bauwerk keine optimale Gestalt auf. Dies widerspiegelt sich auch in den Spannungsverteilungen; ganz besonders in den mittleren Bereichen der luftseitigen Oberfläche des Dammes, wo die Zugspannungen für die Kombination Eigengewicht und Wasserlast überwiegen.

### 6.2 Verschiebungen

Bild 7 zeigt die Linien gleicher Verschiebungen in der globalen Richtung X (Bild 1) für den Lastfall hydrostatische Beanspruchung. Der Lastfall Eigengewicht wurde nicht berücksichtigt, da die Kontrollmessungen erst nach der Erstellung des Bauwerkes ausgeführt werden können.

Es ist anregend festzustellen, dass sich die Dammkrone infolge der hydrostatischen Belastung leicht hebt. Diese Erscheinung kann durch die Poisson'schen Querdehnungen erklärt werden, welche durch die horizontalen Druckspannungen aus der Bogenwirkung verursacht werden.

Bild 8 zeigt die Gestalten der ursprünglichen und verformten Elementmaschen. Der Vergrößerungsfaktor beträgt 1000. Dieses Bild gibt zwar keine quantitativen Erkenntnisse, aber es ist eine Hilfe, um das globale Verhalten einer Bogenstauwand besser zu verstehen.

## 7. Vergleich der Ergebnisse mit denjenigen aus der Differenzenmethode und dem Modellversuch

Die Bilder 9 bis 13 sind ausgewählte Zeichnungen, welche die Spannungen und die Verschiebungen vergleichen, die mit der Finite Element Methode, der Differenzenrechnung (final Design) und dem Modellversuch ermittelt wurden. Von besonderer Bedeutung ist die Beobach-

tung, dass die Resultate aus der Finite Elementberechnung generell zwischen denjenigen der beiden anderen Verfahren liegen. Der Modellversuch liefert für die Spannungen und für die Verschiebungen die größten Werte. Um Vergleiche mit den früheren Analysen zu ermöglichen, wurden die Verschiebungen in die radialen und tangentialen Richtungen zerlegt.

Die Kurven in Bild 9 stellen die 'vertikalen' Spannungen in der Mitte der Hochwasserentlastung dar, aber nur für hydrostatische Belastung. Infolge des Vorherrschens der Schalenwirkung in dieser Zone, überwiegen an der wasserseitigen Dammoberfläche die Druckspannungen und an der luftseitigen Oberfläche dagegen die Zugspannungen. Auf Grund der Modellversuche scheint es, dass die Ergebnisse der Finite Elementanalyse mehr der Wirklichkeit nahekommen als diejenigen der Differenzenmethode (final Design).

Das Schaubild zeigt auf der wasserseitigen Oberfläche unterhalb der Höhe 550 m ü. d. M. vergleichsweise hohe Zugbeanspruchungen. Dazu kann gesagt werden, dass die resultierenden Zugspannungen aus der Überlagerung der Lastfälle Eigengewicht und hydrostatische Belastung den Betrag  $18 \text{ kp/cm}^2$  niemals überschreiten.

Bild 10 zeigt das Schaubild der waagerechten Spannungen in der Mitte der Hochwasserentlastung. Die Graphen der Spannungen zeigen, wie sich die horizontalen Spannungen mit abnehmender Höhe vermindern. Daraus kann abgeleitet werden, dass in den oberen Bereichen des Dammes die Bogenwirkung überwiegt, wohingegen unten die Konsolwirkung überhandnimmt.

In Bild 11 werden die horizontalen Spannungen auf der Höhe von 675 m ü. d. M. dargestellt. Bemerkenswert sind die deutlichen Unstetigkeiten ab etwa 90 m links und rechts der Dammitte. Diese Irregularität steht in Zusammenhang mit den Spannungskonzentrationen an den Stellen sprunghafter Profiländerungen des Dammes seitlich der Hochwasserentlastung.

Die Bilder 12 und 13 zeigen die Graphen der radialen und der tangentialen Verschiebungen der Schwerfläche des Dammes in der Mitte der Hochwasserentlastung und auf der Höhe 675 m ü. d. M.

Die radialen Verschiebungen, ermittelt mit der Finite Elementmethode, sind nur wenig größer als jene, welche mit dem Differenzenverfahren (final Design) gewonnen wurden. Dies kann damit in Zusammenhang gebracht werden, dass bei der Differenzenrechnung Scherverformungen vernachlässigt werden (Theorie der dünnen Schalen), wohingegen in der Finite Elementmethode diese zusätzlichen Formänderungen berücksichtigt wurden (hybride Formulierung).

Es kann beobachtet werden, dass die am Modell gemessenen radialen Verschiebungen beträchtlich größer sind als jene, welche numerisch erhalten wurden. Dieses Erscheinung kann mit folgenden Annahmen für die rechnerischen Verfahren in Verbindung gebracht werden:

- Die Staumauer wird auf der ebenen Oberfläche des elastischen Halbraumes gegründet (Vogtelemente);
- Sowohl die Elastizitätsmoduli des Dammkörpers als auch diejenigen der Felswiderlager wurden während der Belastung und der Entlastung als konstant vorausgesetzt (D. h. Dammbeton und umgebender Fels besitzen eine ideale Elastizität; es existiert keine Hysterisis).

Diese theoretischen Voraussetzungen stellen in Wirklichkeit zusätzliche Bindungen dar, welche der Versuch nicht nachvollziehen kann. Was bedeutet, dass der Versuch immer größere Formänderungen liefern wird.

## 8. Schlußfolgerungen

A priori kann folgendes festgestellt werden:

- Die Resultate aus der obigen Finite Element Analyse können mit den Ergebnissen der früheren Finite Differenzen Rechnung (final Design) und denjenigen des Modellversuches bestätigt werden.
- Das Bruchbild am Ende des Modelltests bestätigt die Voraussage von Ort, Richtung und Größe der Hauptzugspannungen auf der unteren Luftseite des Dammes.
- Am Beispiel der Staumauer von Karakaya kann erkannt werden, dass die Idee der Bogen-gewichtsmauer nicht zutrifft. Eine solche Mauer verhält sich wie eine gewöhnliche Schale (d.h. die Normalen auf die Schwerflächen bleiben vor und nach der Deformierung normal).
- Durch die Verwendung von hybriden Platten-Schalen-Elementen können genauere Ergebnisse gewonnen werden, als beim Gebrauch von räumlichen Elementen.
- Das Programm ermöglicht, mit geringem zeitlichen Aufwand, die optimale Gestalt einer Bogenstaumauer zu finden.

Zürich, 13. Mai 2015  
Rudolf Trinkner, Dr. sc. techn. ETH  
Maneggpromenade 82  
CH-8041 Zürich  
044 9844987

## Anhang

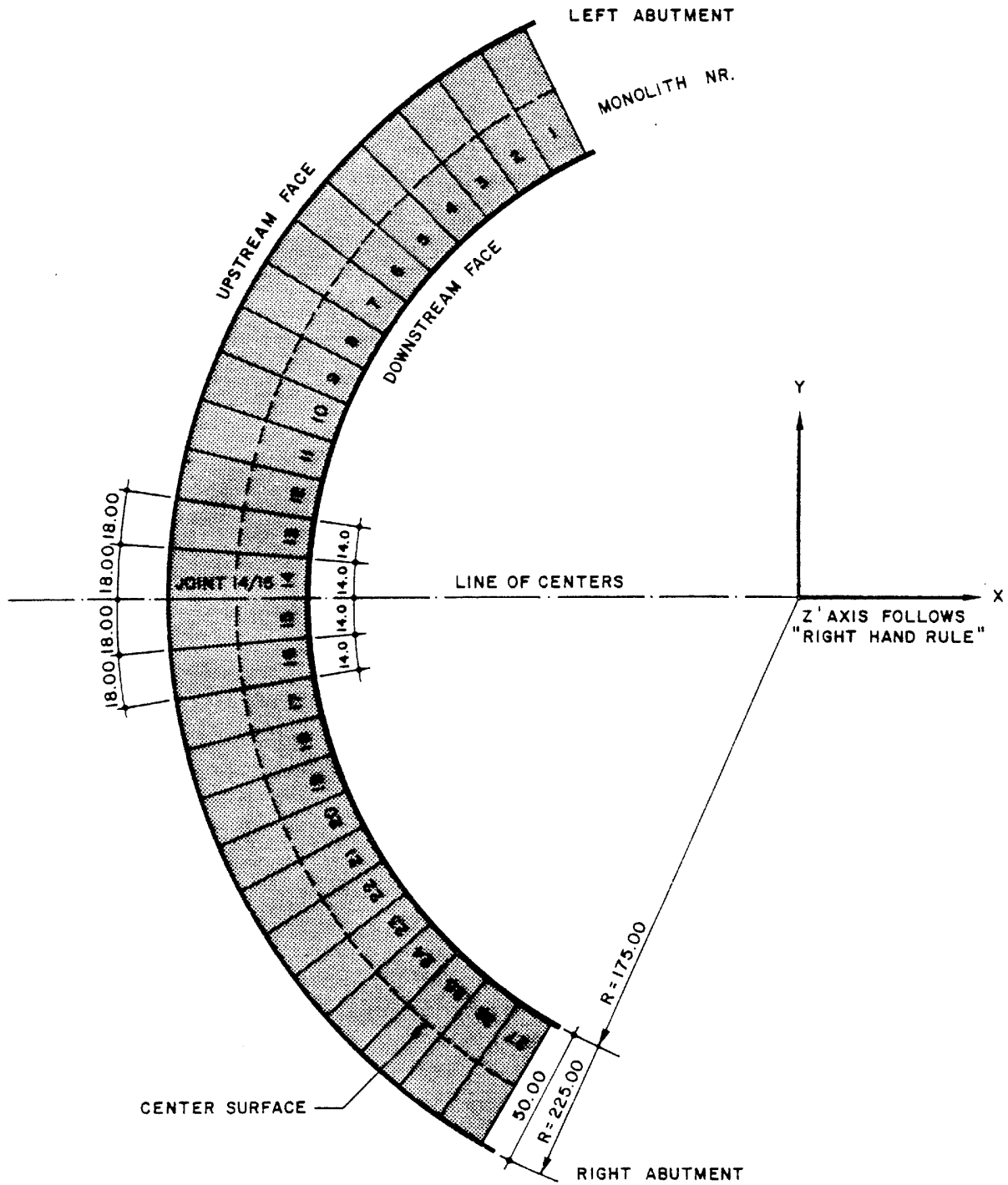
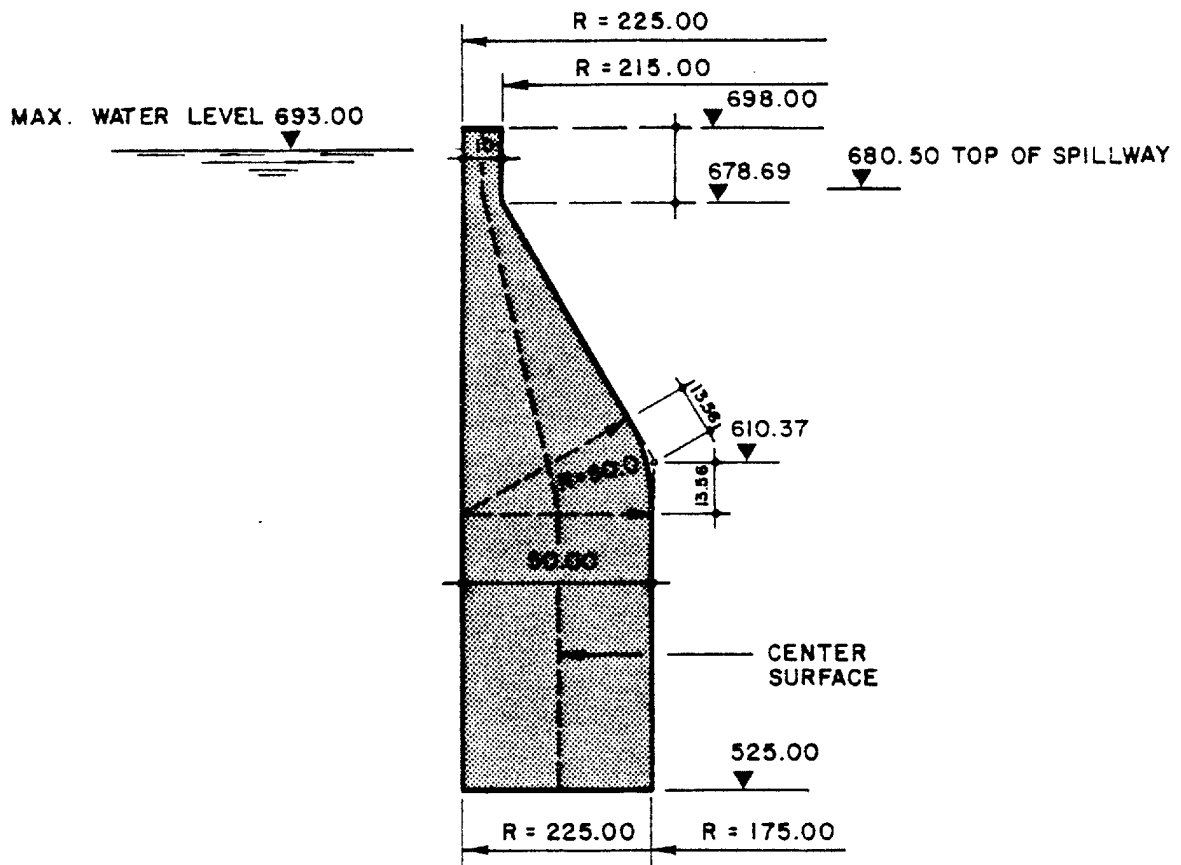


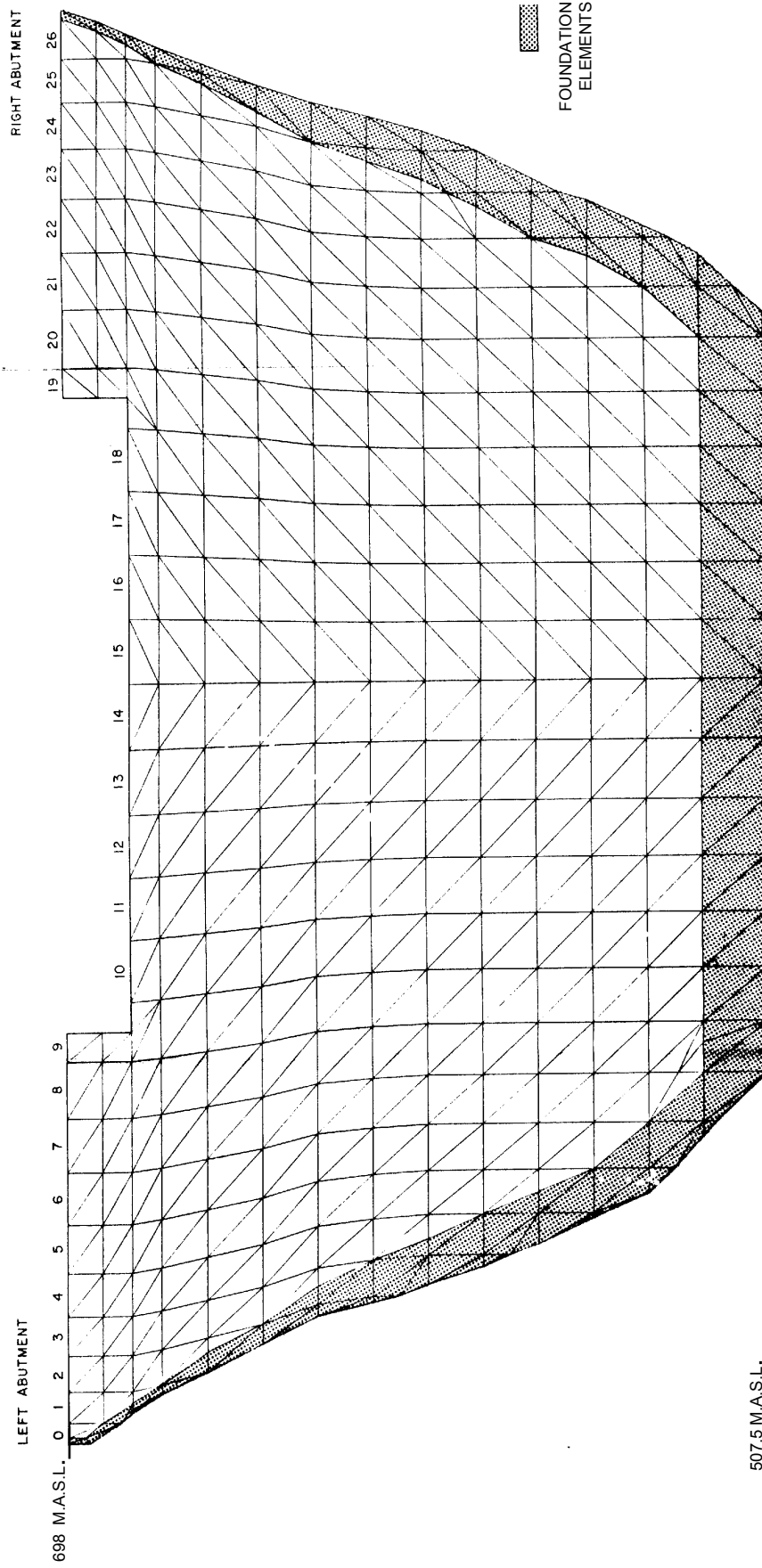
Bild 1

Dammgeometrie und Koordinatensystem für die Definierung der Belastungsrichtungen im Grundriss



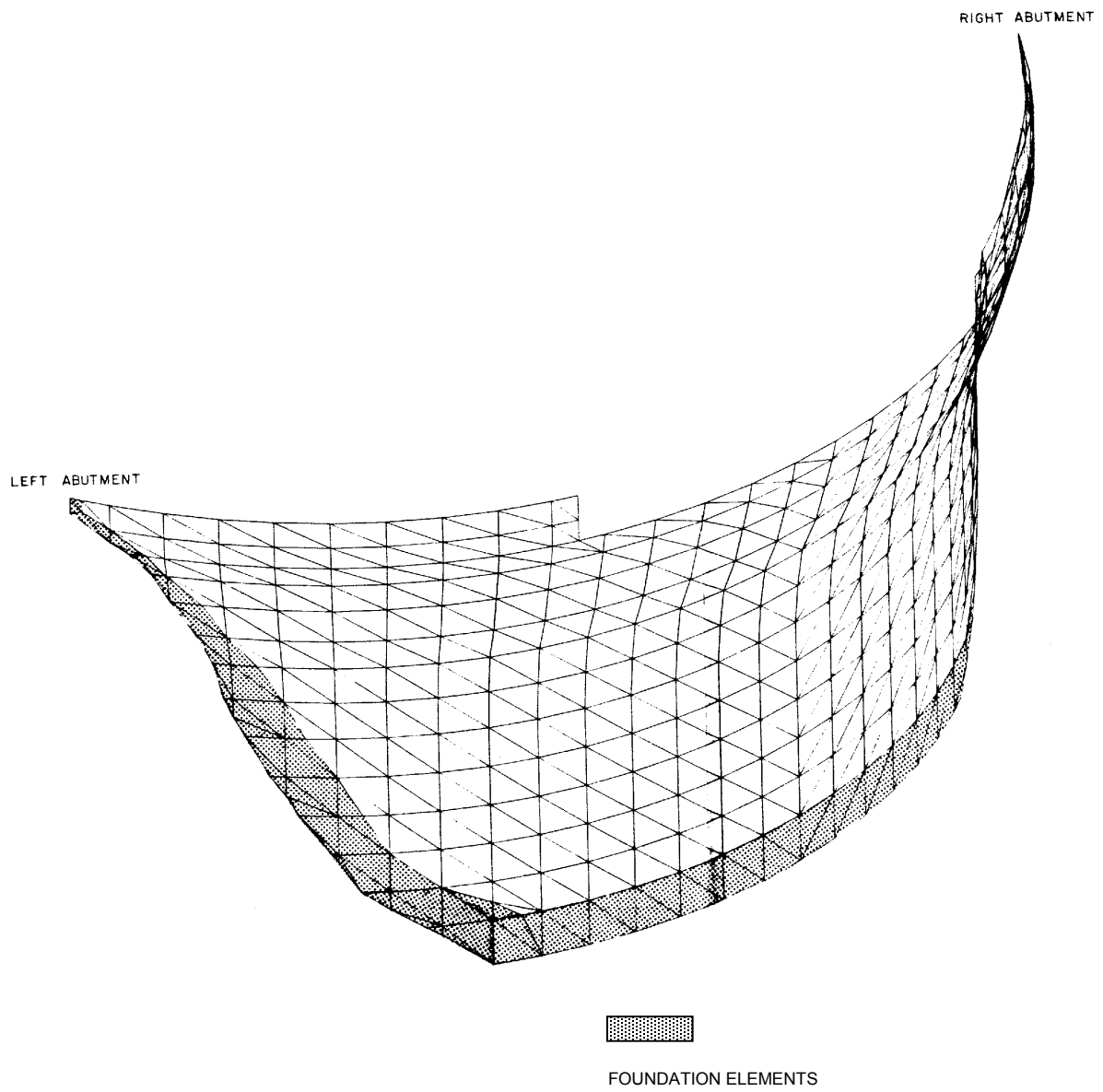


**Bild 2**  
Typischer Dammquerschnitt



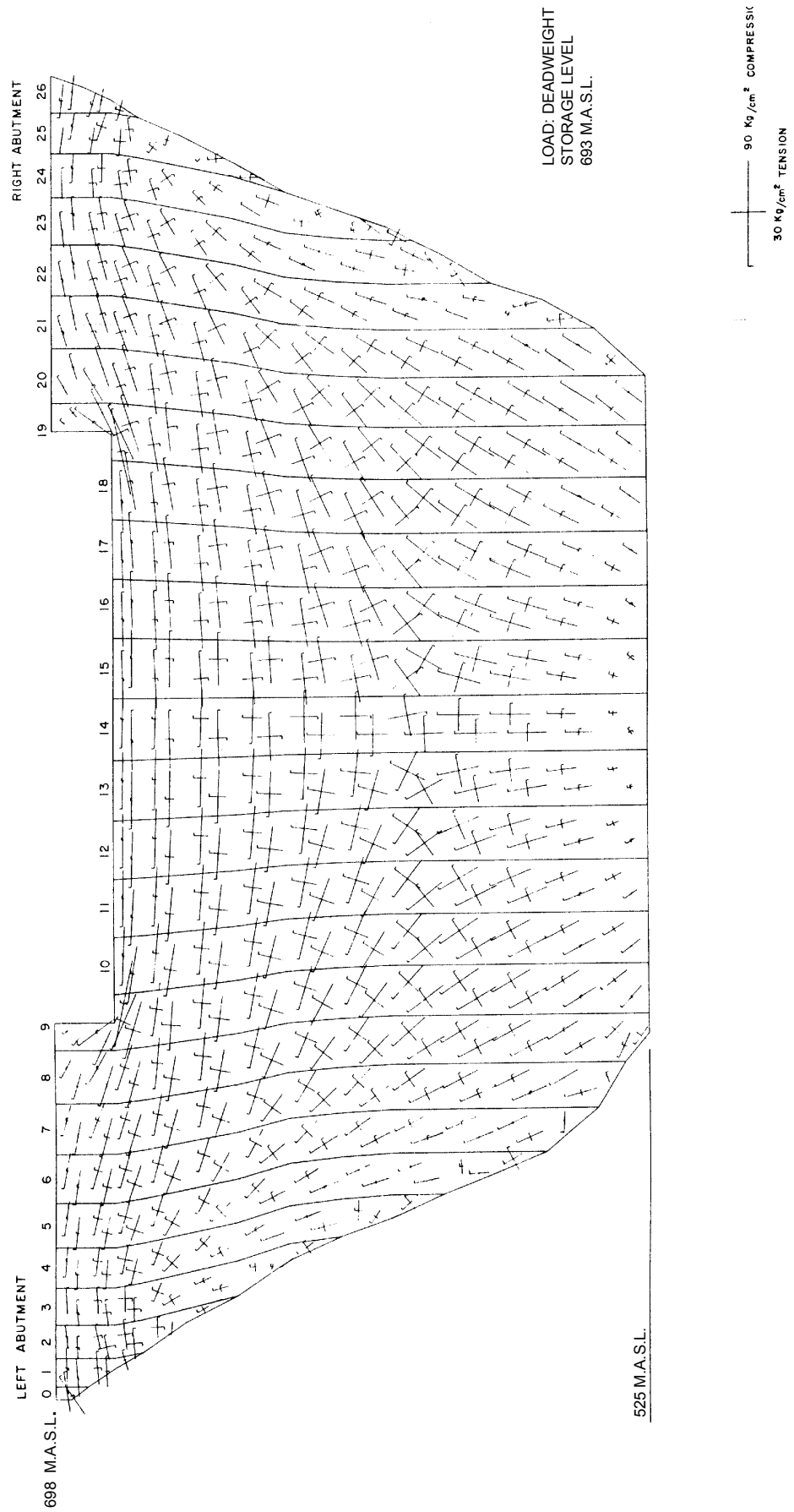
**Bild 3**

Elementmasche von der Wasserseite gesehen

**Bild 4**

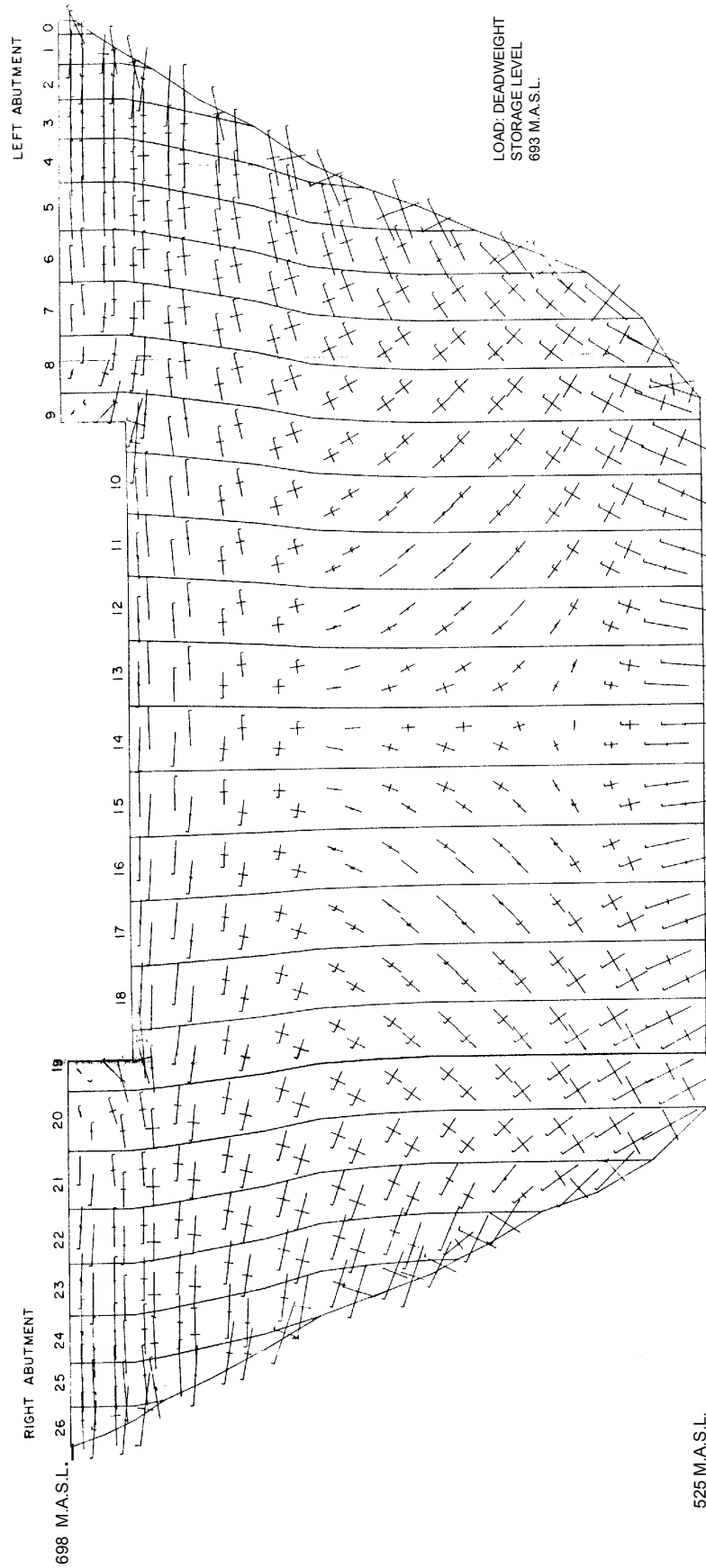
Elementmasche in räumlicher Ansicht

---



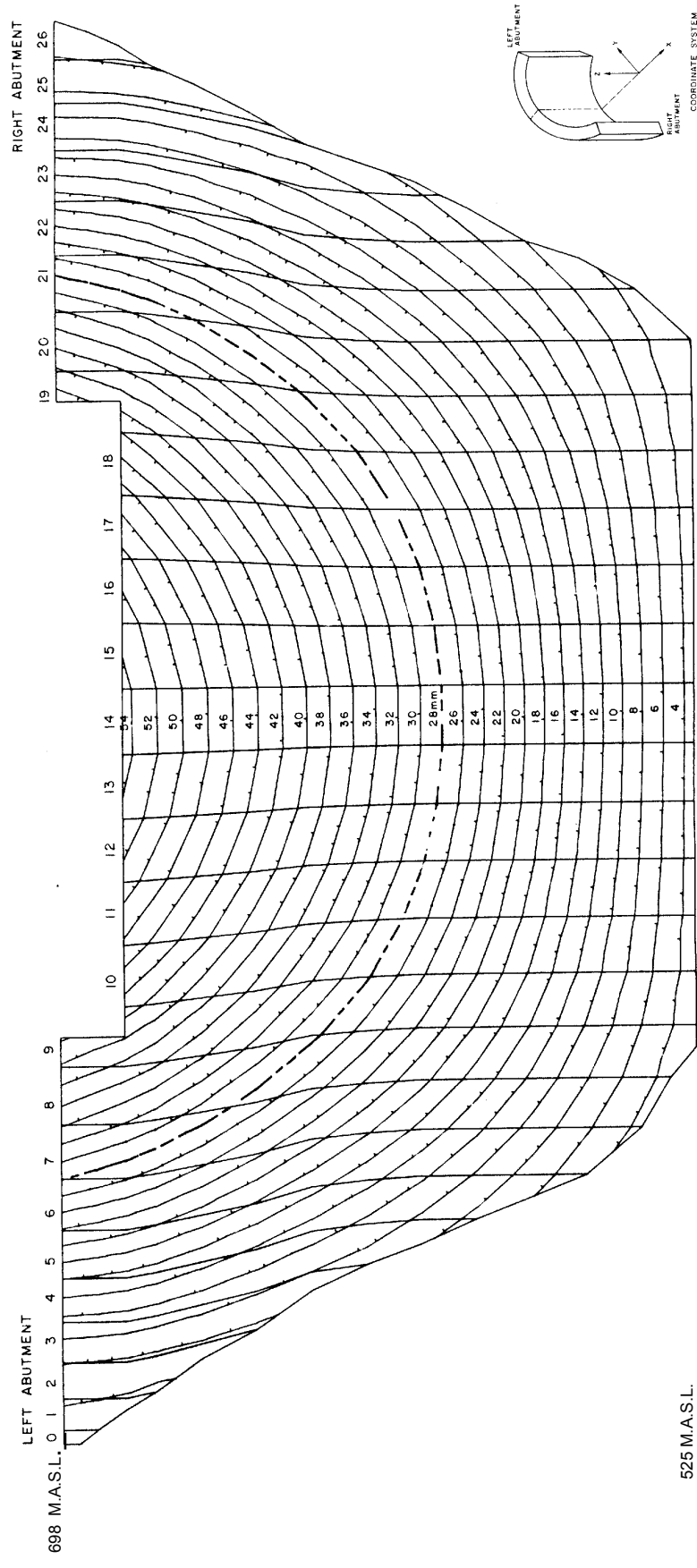
**Bild 5**

Hauptspannungen auf der wasserseitigen Oberfläche des Damms



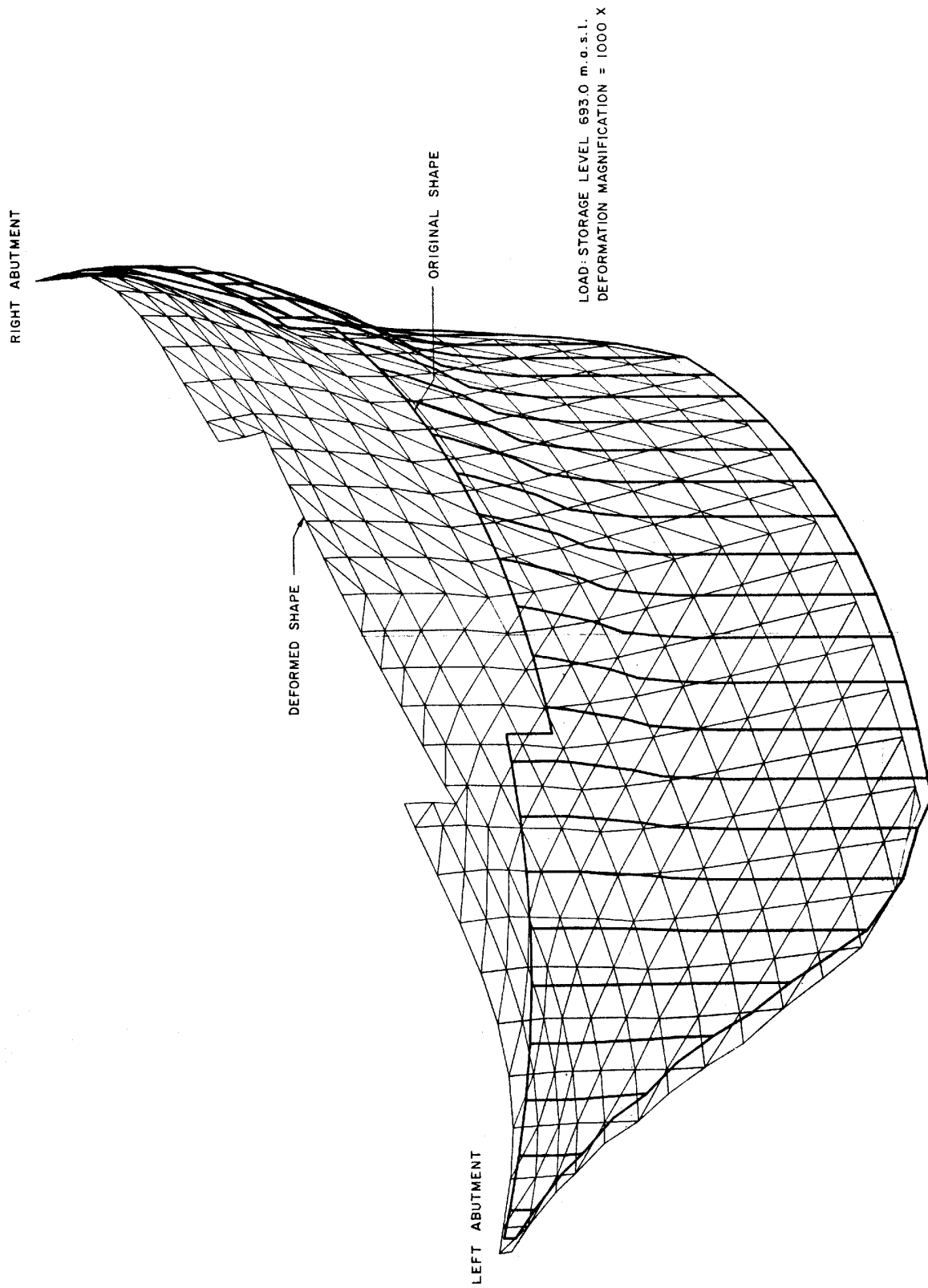
**Bild 6**

Hauptspannungen auf der lufseitigen Oberfläche des Dammes



**Bild 7**

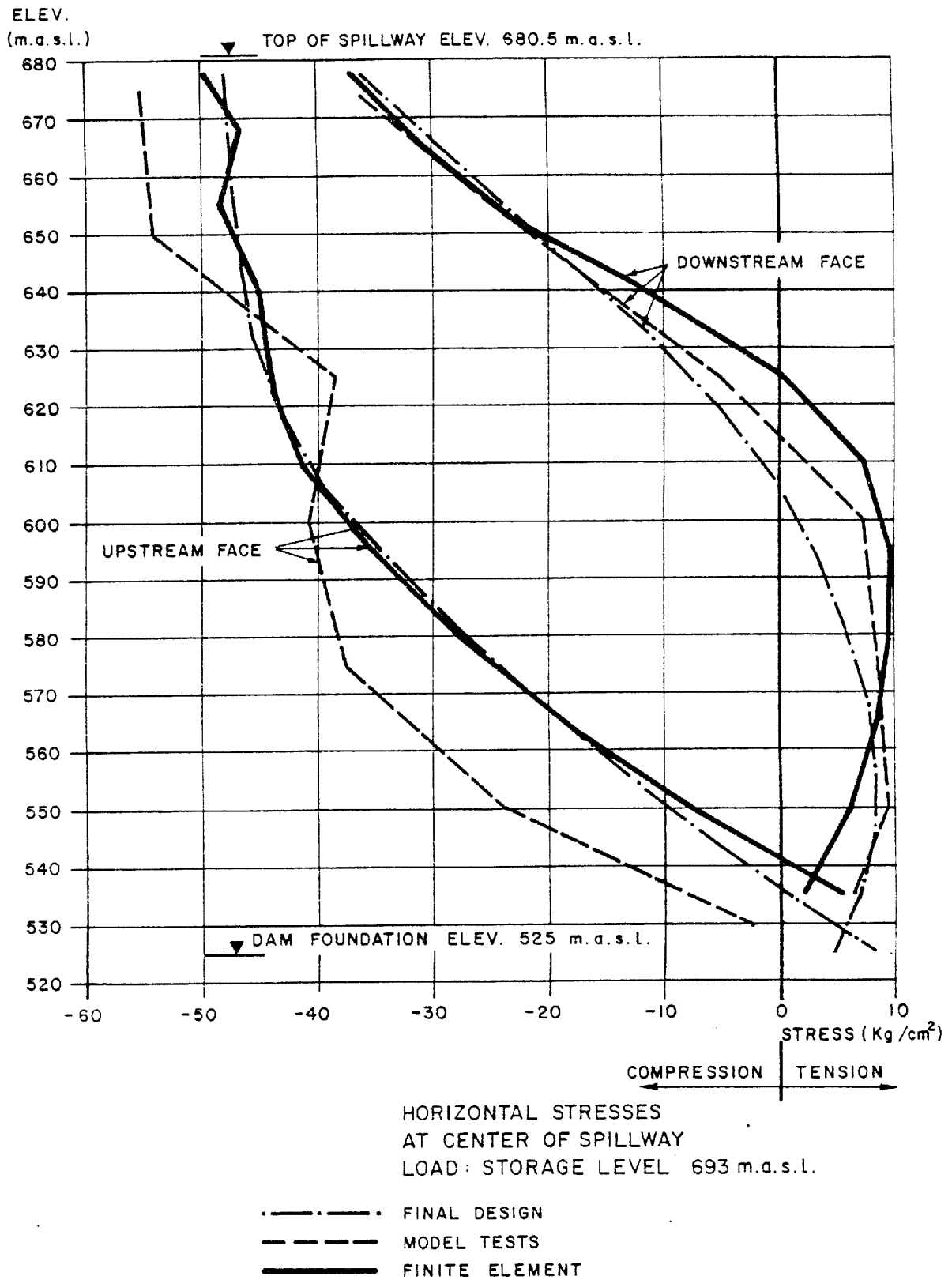
Verschiebungen in X-Richtung (mm)

**Bild 8**

Räumliche Ansicht der deformierten Elementmasche

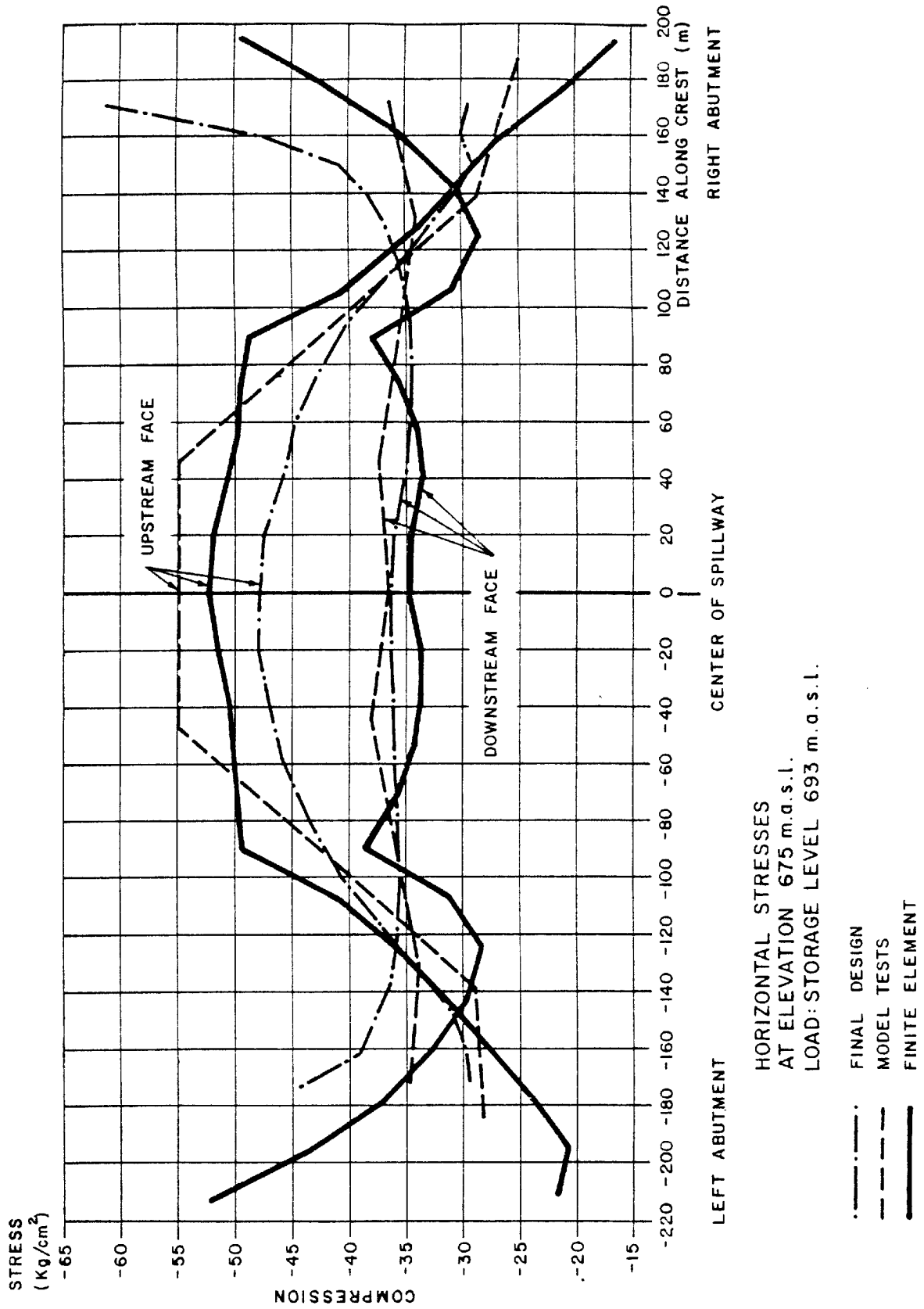






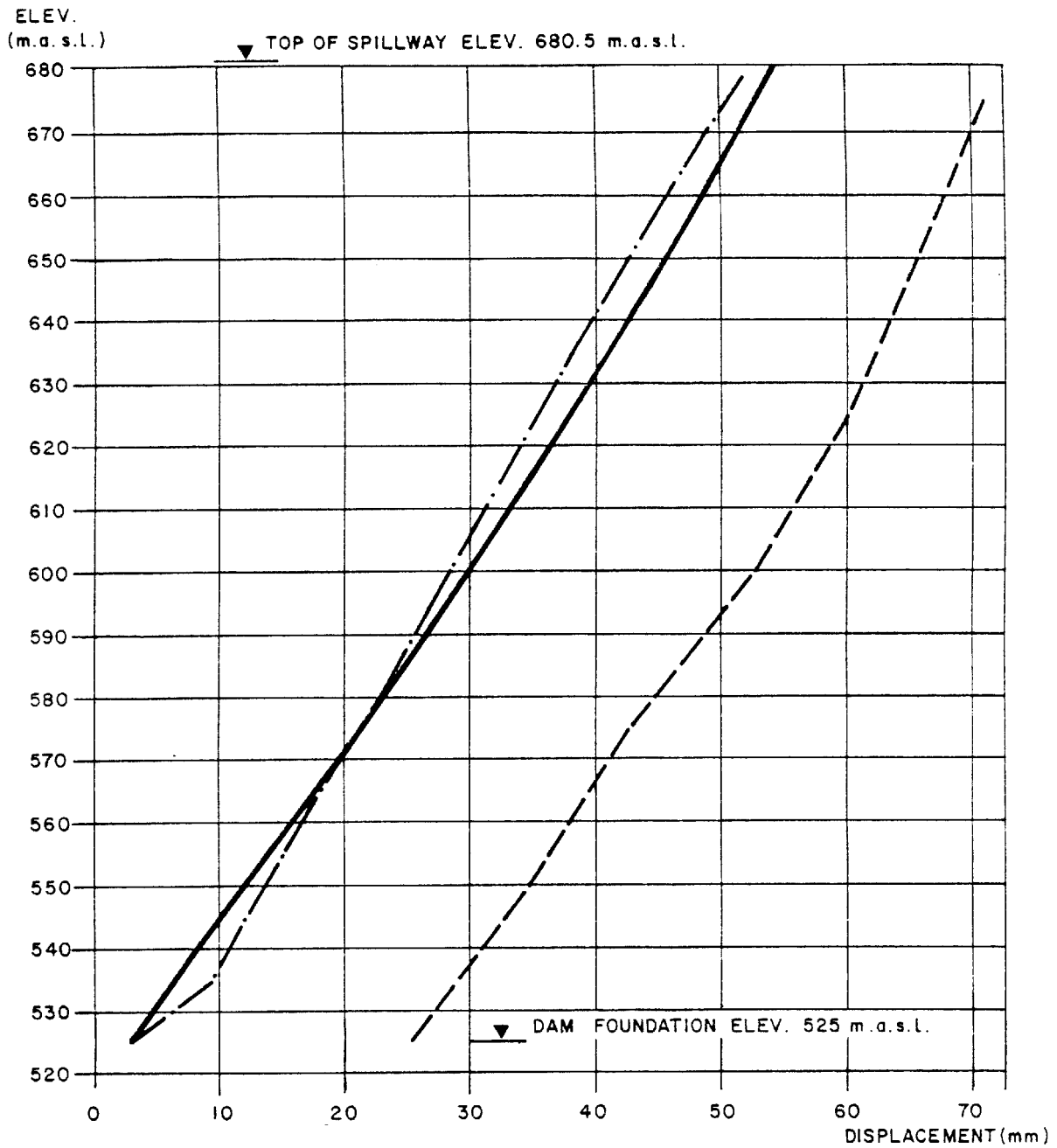
**Bild 10**

Horizontale Spannungen im Hauptschnitt des Dammes infolge hydrostatischer Belastung



**Bild 11**

Horizontale Spannungen auf der Höhe von 675 m.ü.M.  
(infolge hydrostatischer Belastung)

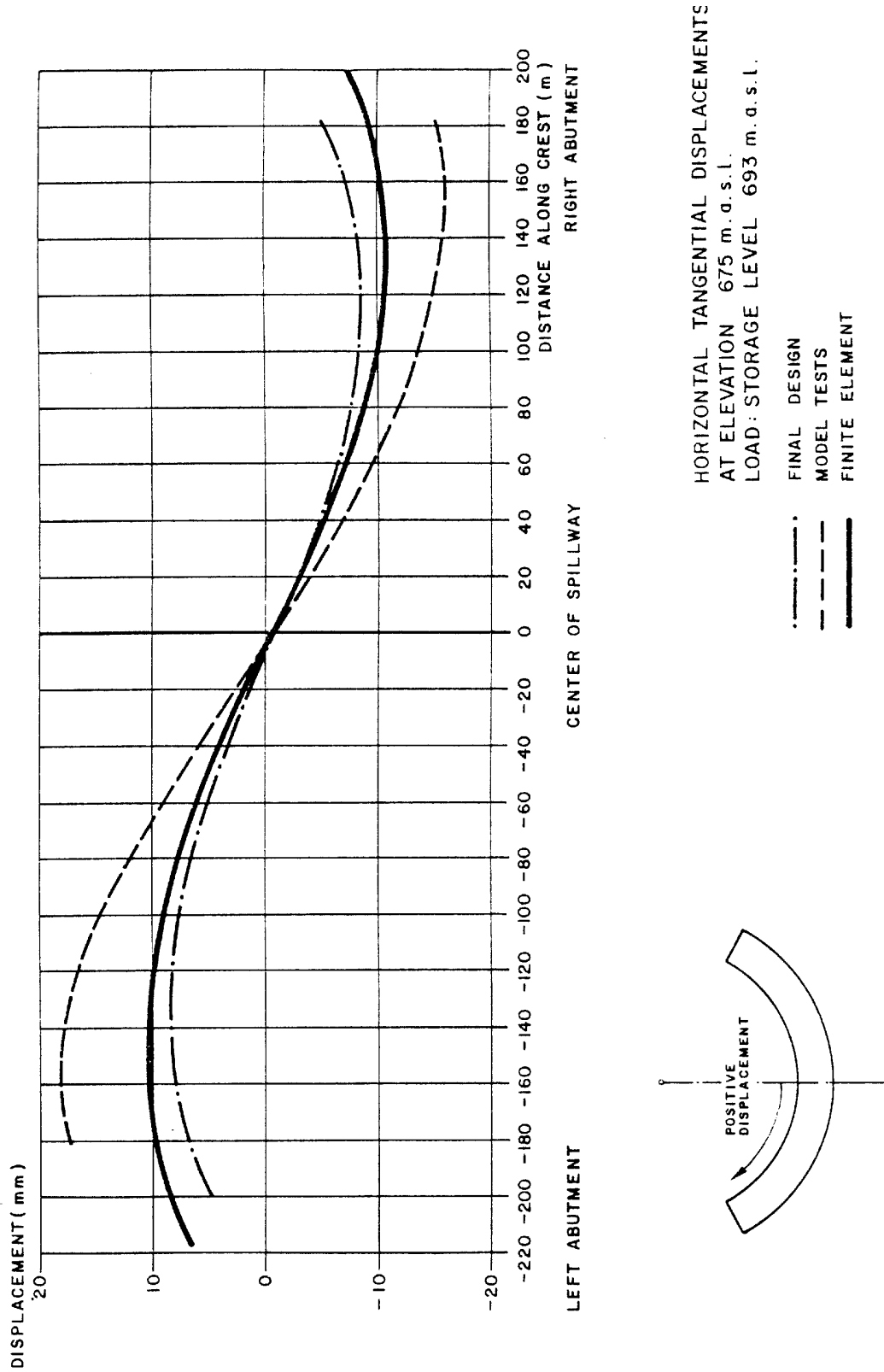


HORIZONTAL RADIAL DISPLACEMENTS  
AT CENTER OF SPILLWAY  
LOAD: STORAGE LEVEL 693 m.a.s.l.

- - - - - - FINAL DESIGN
- - - - - MODEL TESTS
- FINITE ELEMENT

### Bild 12

Horizontale radiale Verschiebungen im Hauptschnitt des Dammes innfolge hydrostatischer Belastung



**Bild 13**

Horizontale tangentielle Verschiebungen des Dammes auf der Höhe von 675 m.ü.M. (infolge hydrostatischer Belastung)